

**量子力学 No.3-1** Pauli matrices

1. 演算子の交換関係と反交換関係を以下のように定義する.

$$\text{交換関係} \quad [A, B] = AB - BA \quad (1)$$

$$\text{反交換関係} \quad \{A, B\} = AB + BA \quad (2)$$

パウリ行列を使って, 以下の量を計算しなさい.

(a)  $[\sigma_x, \sigma_y] =$

(b)  $[\sigma_y, \sigma_z] =$

(c)  $[\sigma_z, \sigma_x] =$

(d)  $\{\sigma_x, \sigma_y\} =$

(e)  $\{\sigma_y, \sigma_z\} =$

(f)  $\{\sigma_z, \sigma_x\} =$

(g)  $\sigma_x^2 = \frac{1}{2} \{\sigma_x, \sigma_x\} =$

(h)  $\sigma_y^2 = \frac{1}{2} \{\sigma_y, \sigma_y\} =$

(i)  $\sigma_z^2 = \frac{1}{2} \{\sigma_z, \sigma_z\} =$

2. パウリ行列を使って, 以下の計算をしなさい.

(a)  $\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 =$

(b)  $\sigma_+ = \sigma_x + i\sigma_y =$

(c)  $\sigma_- = \sigma_x - i\sigma_y =$

3. パウリ行列を使って、以下の計算をなさい。

(a)  $[\sigma^2, \sigma_x] =$

(b)  $[\sigma^2, \sigma_y] =$

(c)  $[\sigma^2, \sigma_z] =$

(d)  $[\sigma_+, \sigma_-] =$

(e)  $[\sigma_z, \sigma_+] =$

(f)  $[\sigma_z, \sigma_-] =$

(g)  $\sigma_+ \sigma_- + \sigma_z^2 - 2\sigma_z =$

(h)  $\sigma_- \sigma_+ + \sigma_z^2 + 2\sigma_z =$

4. 上で求めた行列表示を使って、以下の計算をなさい。

(a)  $\sigma_+ |\uparrow\rangle =$

(b)  $\sigma_+ |\downarrow\rangle =$

(c)  $\sigma_- |\uparrow\rangle =$

(d)  $\sigma_- |\downarrow\rangle =$

5. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)

**量子力学 No.3-2** Pauli matrices

1. 次の量を行列で表しなさい.

$$a_0 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a} = a_0 + \sigma_1 a_1 + \sigma_2 a_2 + \sigma_3 a_3 = a_0 + \sigma_x a_1 + \sigma_y a_2 + \sigma_z a_3 \quad (3)$$

2. 任意の  $2 \times 2$  行列  $X$  は,

$$X = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{pmatrix} = a_0 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a} \quad (4)$$

と展開することができる.  $a_0$  および  $\mathbf{a}$  を  $X$  の成分で表しなさい.

3. スピンを測定する演算子を，各固有状態にかけた状態を求めなさい。

•  $\sigma_x|y \uparrow\rangle =$

•  $\sigma_x|y \downarrow\rangle =$

•  $\sigma_x|\uparrow\rangle =$

•  $\sigma_x|\downarrow\rangle =$

•  $\sigma_y|x \uparrow\rangle =$

•  $\sigma_y|x \downarrow\rangle =$

•  $\sigma_y|\uparrow\rangle =$

•  $\sigma_y|\downarrow\rangle =$

•  $\sigma_z|x \uparrow\rangle =$

•  $\sigma_z|x \downarrow\rangle =$

•  $\sigma_z|y \uparrow\rangle =$

•  $\sigma_z|y \downarrow\rangle =$

4. 以上の結果を下の表にまとめよう。

	$ x \uparrow\rangle$	$ x \downarrow\rangle$	$ y \uparrow\rangle$	$ y \downarrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \downarrow\rangle$
$\sigma_x$	$+ x \uparrow\rangle$	$- x \downarrow\rangle$				
$\sigma_y$			$+ y \uparrow\rangle$	$- y \downarrow\rangle$		
$\sigma_z$					$+ \uparrow\rangle$	$- \downarrow\rangle$