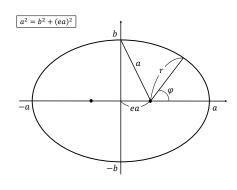
動力学 No.10 復習

運動方程式を解く(5)惑星の運動

1. 太陽からの距離 r,離心率 e として楕円の式を $r=\frac{h}{1+e\cos\varphi}$ と書くとき, $x=r\cos\varphi$, $y=r\sin\varphi$ として楕円の式 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ に変形し,a,b を e と h を使って表し,さらに a と b の間の関係を求めなさい.



答:
$$\frac{\left(x + \frac{eh}{1 - e^2}\right)^2}{\left(\frac{h}{1 - e^2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{h}{\sqrt{1 - e^2}}\right)^2} = 1$$

2. 面積速度 $\frac{dS}{dt} = \frac{\sqrt{GMh}}{2} =$ 定数 で与えられる. 楕円の面積は,一周期Tの区間でこれを積分すればよい.

$$S = \int_0^T \frac{dS}{dt} dt = \frac{\sqrt{GMh}}{2} \int_0^T dt = \frac{\sqrt{GMh}}{2} T$$

一方,楕円の面積は $S=\pi ab$ と書けることより,これらを等しいとして Kepler 第三法則を求めなさい.

3. 木星から太陽までの距離は、地球から太陽までの距離の約5.2倍である。木星の公転周期は何年か.

1. 次の計算をしなさい.

(a)
$$y = \sin x$$
 のとき $y' =$

(b)
$$y = \cos x$$
 のとき $y' =$

(c)
$$\int \sin x \ dx =$$

(d)
$$\int \cos x \, dx =$$

2. バネのフックの法則について述べなさい.