番号　　　　　　　　　　氏名

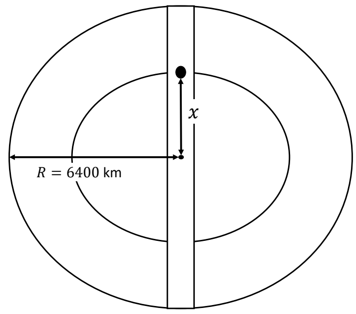
動力学 No.11 復習 運動方程式を解く (6) 振動運動

地球が密度 ρ，半径 R の一様な球であるとする．地球の中心を通る真っすぐなトンネルを掘った．地球の中心から x の点にある質量 m の物体に働く重力は，半径 x の球内の地球の質量が全部中心に集まったとしたときの物体に働く万有引力に等しい．つまり

$$M = \rho \times \frac{4}{3}\pi x^3 \tag{1}$$

とすればよい．

1. 地球の中心から x の点にある質量 m の物体に働く万有引力 $F = G\frac{Mm}{x^2}$ に式 (1) を代入して F を x の関数として表しなさい．



2. $x = R$ としたときは，$F = mg$ となることより，G を ρ，g，R を使って表しなさい．ここで，$g = 9.8$ m/s^2 は重力加速度である．

3. 上の二つの問いより G を消去して，質量 m の物体に働く力 F が x に比例することを確かめなさい．

4. 比例係数をバネ定数 k とすると，周期は $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ で与えられる．この実験を行った時の周期 T は何分か．(物理学の基礎 No.1 の **4.**(c) 参照)

動力学 No.12 予習 運動方程式 (7) 減衰振動

1. 関数 $f(x)$ の $x=a$ 付近でのテイラー展開は，

$$\begin{aligned} f(x) =& f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{1}{2!}f''(a)(x-a)^2 + \frac{1}{3!}f^{(3)}(x-a)^3 \\ &+ \frac{1}{4!}f^{(4)}(x-a)^4 + \frac{1}{5!}f^{(5)}(x-a)^5 + \cdots \end{aligned} \tag{2}$$

と書くことができる．特に，$a=0$ のときをマクローリン展開という．

2. 次の関数のマクローリン展開を求めなさい．

(a) e^x

(b) $\cos x$

(c) $\sin x$

3. 上の問 **2.**(a) の x に ix を代入することにより，オイラーの公式 $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ を導きなさい．ここで，i は虚数であり，$i^2 = -1$ である．