

動力学 No.14 力学的エネルギー保存則 (1)

目的 おもりを自由落下させたときの力学的エネルギー保存則を調べる。

方法 スタンドに記録タイマーをとりつけ、おもりに紙テープをつけて自然におもりを落とし、そのときの運動を記録する。重力加速度を $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、おもりの質量を $m = 0.50 \text{ kg}$ とする。小数第4位を四捨五入しなさい。

測定データ $\epsilon = \frac{2}{50} = 0.040 \text{ s}$ とする。

時刻 t [s]	速さ v [m/s]	$\frac{m}{2}v^2$ [J]	高さ x [m]	mgx [J]	$\frac{m}{2}v^2 + mgx$ [J]
0	0		1.304		
ϵ	0.38		1.296		
2ϵ	0.76		1.273		
3ϵ	1.14		1.236		
4ϵ	1.52		1.187		
5ϵ	1.90		1.123		
6ϵ	2.28		1.036		
7ϵ	2.66		0.942		
8ϵ	3.04		0.825		
9ϵ	3.42		0.693		
10ϵ	3.80		0.544		
11ϵ	4.18		0.387		
12ϵ	4.56		0.204		
13ϵ	4.94		0.0		

- 縦軸に $\frac{m}{2}v^2$, mgx , $\frac{m}{2}v^2 + mgx$, 横軸に時刻 t をとったグラフを, 一枚のミリ方眼紙に描きなさい。

2. 質量 $m = 0.50 \text{ kg}$ の物体の落下運動に対する Newton の運動方程式

$$m \frac{dv}{dt} = -mg \quad (1)$$

について以下の問いに答えなさい。

(a) 運動方程式を初期条件 $x(0) = 1.304 \text{ m}$, $v(0) = 0.0 \text{ m/s}$ のもとに解いて $v(t)$, $x(t)$ を求めなさい。

(b) 運動エネルギー $K = \frac{m}{2}v^2$ を時刻 t の関数として表わしなさい。

(c) 位置エネルギー $U = mgx$ を時刻 t の関数として表わしなさい。

(d) 力学的エネルギー $E = K + U$ を求めなさい。時刻 t を含まない定数となるか？

3. 運動エネルギー $\frac{m}{2}v^2$ が、仕事と同じ単位 J であることを確かめなさい。

4. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)

動力学 No.14-2 力学的エネルギー保存則 (1)

1. 速さ 6.0 m/s でボールを地上から真上に投げ上げたとき、最高点までの高さは何 m か。(エネルギー保存則の立場から解答しなさい。動力学 No.2 問 3.(c) 参照)
2. スキーヤーが高さ 20 m の丘をすべりおりた。丘の下まできたときの速さは何 m/s か。
3. ハイジャンプの選手が、 2.10 m のバーを 0.80 m/s の速さで越えるためには、何 m/s 以上の助走が必要か。
4. 質量 $m = 1000 \text{ kg}$ の自動車が速さ $v = 40 \text{ km/h}$ で走っている。
 - (a) この自動車の運動エネルギーは何 J か。
 - (b) 自動車がこの速さのまま坂道に入りエンジンを切ったとき、坂道を何 m の高さまで登ることができるか。(Hint: 運動エネルギーが、すべて位置エネルギーに変わったと考える。)
 - (c) 1.0 kg の水を $1.0 \text{ }^\circ\text{C}$ 上げるのに、 4.2 kJ のエネルギーが必要である。この自動車の運動エネルギーがすべて熱のエネルギーになったとすると、 1.0 kg の水の温度は何 $^\circ\text{C}$ 上がるか。

5. 質量 60 kg の人が、10 m/s の速さで走っているとき、この人のもつ運動エネルギーは何 J か。
6. 静止した状態からジェットコースターが高低差 78 m を下るとき、ジェットコースターの最下点での速さは何 m/s か。
7. 質量 2.0 kg の物体を地上 10 m の高さから静かに落とした。物体が地面に達する直前の速さは何 m/s か。
8. 質量 1.0 g の水の温度を 1.0 °C 上げるのに 4.2 J のエネルギーが必要である。
- (a) この値を、同量の水の運動エネルギーに換算すると、何 m/s の速さに相当するか。
- (b) この値を、同量の水の位置エネルギーに換算すると、何 m の高さに相当するか。
- (c) 50 kg の水の温度を 20 °C 上げるのに必要なエネルギーは何 J か。

動力学 No.14-3 力学的エネルギー保存則 (1)

1. 地球から質量 m [kg] の人工衛星を打ち上げる. 地上から x [m] での人工衛星の運動方程式は

$$m \frac{dv}{dt} = F = -G \frac{Mm}{(R+x)^2} \quad (2)$$

と書くことができる. ここで, M , R は地球の質量と半径であり, G は万有引力定数である.

- (a) 運動方程式のエネルギー積分を実行し, 初期条件 $t=0$ のとき $x=0$, $v=v_0$ のもとで

$$v^2 = v_0^2 + \frac{2gR^2}{R+x} - 2gR \quad (3)$$

となることを示しなさい. (動力学 No.13 問 5. 参照)

(b) 地球の重力から脱出する ($x \rightarrow \infty$ のとき $v \geq 0$) ための初速度 v_e は何 km/s か. この v_e を第二宇宙速度または脱出速度という. (動力学 No.9 復習参照)