

**特殊相対論 No.1** Galilean transformation

1. 静止系  $K$  からの観測

(a) 静止系  $K$  から見て、速さ  $V$  で動く座標系  $K'$  の原点の座標  $X$  および速さ  $v$  で動く物体の位置  $x$  を求め、以下の表を完成させなさい。

$t$ [s]	$X$ [m]	$V$ [m/s]	$x$ [m]	$v$ [m/s]
0	0	+0.5	0	+1
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

(b) 縦軸に  $K$  系の時刻  $t$ 、横軸に  $K$  系からみた位置  $x, X$  をとって、上の表をグラフに描きなさい。これを時空図 (space-time diagram) といい、軌跡を世界線 (world line) という。  $t$  軸からの傾きは速さを表すので、以下では  $\tan \theta = V$ ,  $\tan \varphi = v$  としよう。

2. 速さ  $V$  で動く  $K'$  系からの観測

(a) 速さ  $V$  で動いている  $K'$  系から見て、 $K$  系の原点の座標  $X'$  と物体の位置  $x'$ 、およびそれぞれの速さ  $V', v'$  を求め、以下の表を完成させなさい。

$t'$ [s]	$X'$ [m]	$V'$ [m/s]	$x'$ [m]	$v'$ [m/s]
0	0		0	
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

(b) 2. の表の値を、1. で描いたグラフの中から読み込むために  $K'$  系の世界線上に時刻  $t'$  の目盛をとりなさい。時空図上で  $x'$  座標は、 $t'$  軸に平行な線を  $x$  軸に下せば読むことができる。

3. 2つの座標系から見た物体の位置  $x, x'$  の関係式を求めなさい。

4. Galilei 変換の式は行列を使って

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} \quad (1)$$

と書くことができる。

(a) この行列式が 1 であることを確かめなさい。

(b) 上の式 (1) を  $t$ ,  $x$  について解き, Galilei 変換の逆変換を求めなさい。逆行列を求めてもよい。

5. 時空面積保存則

(a)  $\tan \theta = V$  としたとき,  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$  を  $V$  で表しなさい。

(b) 長さが 1 と  $\alpha_n = \sqrt{1 + V^2}$  の 2 辺が角  $(\frac{\pi}{2} - \theta)$  で交わっている平行四辺形を描いて, その面積が 1 となることを示しなさい。

(c)  $V = 0.5 \text{ m/s}$  のとき  $\alpha_n = \sqrt{1 + V^2}$  の値を求めなさい。

6. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)