

特殊相対論 No.5 斜交座標

1. 前回の Lorentz 変換を, $w = ct$, $\beta = \frac{V}{c}$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ として書きなおすと,

$$\begin{pmatrix} w' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ x \end{pmatrix} \quad (1)$$

となる. グラフ上に $w-x$ 軸を直交座標にとり, $V = \frac{c}{2}$ のとき w' 軸, x' 軸を書き入れよう. Lorentz 変換の式 (1) において

- (a) $w' = 0$ において x' 軸の方程式を求め, x' 軸を書き込みなさい.

- (b) $x' = 0$ において w' 軸の方程式を求め, w' 軸を書き込みなさい.

2. 斜交軸の目盛り

- (a) 斜交軸 x' と双曲線 $w^2 - x^2 = -1$ の交点の座標と, 原点から交点までの長さ α_s を β で書き表しなさい. これが斜交軸 x' の 1 である.

- (b) 斜交軸 w' と双曲線 $w^2 - x^2 = +1$ の交点の座標と, 原点から交点までの長さ α_s を β で書き表しなさい. これが斜交軸 w' の 1 である.

3. $V = \frac{c}{2}$ のとき $\beta = 0.5$ である.

(a) γ の値を求めなさい.

(b) $\alpha_s = \sqrt{\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}}$ の値を求めなさい.

4. 斜交座標の目盛を書きこみなさい. ただし, 各目盛は, $\alpha_s = \sqrt{\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}}$ 倍になっている.

5. 時空面積保存則

(a) 直交座標と斜交座標との交わる角度を θ とすると, $\tan \theta = \beta$ となる. $\cos \theta$, $\sin \theta$ を β を用いて表しなさい.

(b) 長さが $\alpha_s = \sqrt{\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}}$ で, 角 $\chi = \frac{\pi}{2} - 2\theta$ で交わる平行四辺形の面積が 1 となることを示しなさい.

6. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい. (自由記載)