

指数・対数 No.5 指数・対数の計算

1. 光がある種のガラス板を1枚透過するごとに、その光度を $\frac{1}{10}$ 失うとする。ガラス板を通過する前の光度を I_0 とし、 x 枚のガラス板を通過した光度を y とする。

(a) y は x のどんな式で表されるか。

$$y = I_0 \times \left(\frac{9}{10}\right)^x$$

(b) 10枚通過したときの光度を求めなさい。

$$y = I_0 \left(\frac{9}{10}\right)^{10} = 0.35 I_0$$

(c) このガラス板を何枚重ねたら、光度がもとの $\frac{1}{3}$ 以下になるか。ただし、 $\log 3 = 0.4771$ とする。

$$I_0 \left(\frac{9}{10}\right)^x \leq \frac{I_0}{3}$$

両辺常用対数をとる

$$x \log \frac{9}{10} \leq \log \frac{1}{3}$$

$$x(\log 9 - \log 10) \leq -\log 3$$

$$x \geq \frac{\log 3}{\log 10 - \log 9} = \frac{\log 3}{1 - 2 \log 3} = \frac{0.4771}{1 - 2 \times 0.4771}$$

$$= \frac{0.4771}{0.0458} = 10.417 \dots$$

2. ^{237}U は一定の割合で壊変して、7日後には半分になるという。初めの量の $\frac{1}{10}$ 以下になるのは何日目からか。ただし、 $\log 2 = 0.3010$ とする。

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{7}} \leq \frac{1}{10}$$

$$\frac{x}{7} \log \frac{1}{2} \leq \log \frac{1}{10}$$

$$-\frac{x}{7} \log 2 \leq \log 10^{-1} = -1$$

$$x \geq \frac{7}{\log 2} = \frac{7}{0.3010} = 23.25 \dots$$

(t が、24日目)

3. あるバクテリアは、20分ごとに1回分裂して2倍の個数にふえていく。20個のバクテリアが100万個以上にふえるのは約何時間後か。ただし、 $\log 2 = 0.3010$ とする。

$$20 \text{個} \times 2^{\frac{x}{20}} \geq 1000000 = 10^6$$

$$\log 20 + \frac{x}{20} \log 2 \geq \log 10^6 = 6$$

$$\log 2 + \log 10 + \frac{x}{20} \log 2 \geq 6$$

$$\frac{x}{20} \log 2 \geq 6 - 1 - \log 2$$

$$x \geq 20 \times \frac{5 - \log 2}{\log 2}$$

$$= 20 \times \frac{5 - 0.3010}{0.3010}$$

$$= 20 \times \frac{4.699}{0.3010} = 312.22$$

(t が、2
313時間 = 13日)