

三角関数 No.2	三角関数の加法定理
-----------	-----------

三角関数の加法定理

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad (1)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad (2)$$

はしっかり覚えよう。  $\beta \rightarrow -\beta$  とすれば、  $\cos(-\beta) = \cos \beta$ ,  $\sin(-\beta) = -\sin \beta$  より

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad (3)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad (4)$$

となる。この4つの式より次の公式は求められる。

## 1. 2倍角の公式：

(a) (1)において、 $\alpha = \beta$  において  $\sin 2\alpha$  を求めなさい。

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

(b) (2)において、 $\alpha = \beta$  において  $\cos 2\alpha$  を求めなさい。

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

2. 半角の公式：(2)と(4)において、 $\alpha = \beta$  において、

(a) 辺々足し算をすることによって、 $\cos^2 \alpha$  を  $\cos$  で表しなさい。

$$\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\alpha = \beta \text{ とおいて}$$

$$1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$$

(b) 辺々引き算をすることによって、 $\sin^2 \alpha$  を  $\cos$  で表しなさい。

$$\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = 2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$\alpha = \beta \text{ とおいて}$$

$$1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$$

### 3. 積を和・差に変形する公式：

(a) (1) と (3) において、辺々足し算をすることによって、 $\sin \alpha \cos \beta$  を  $\sin$  で表しなさい。

$$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$$

(b) (1) と (3) において、辺々引き算をすることによって、 $\cos \alpha \sin \beta$  を  $\sin$  で表しなさい。

$$\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\sin\beta$$

(c) (2) と (4) において、辺々足し算をすることによって、 $\cos \alpha \cos \beta$  を  $\cos$  で表しなさい。

$$\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cos\beta$$

(d) (2) と (4) において、辺々引き算をすることによって、 $\sin \alpha \sin \beta$  を  $\cos$  で表しなさい。

$$\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta) = -2\sin\alpha\sin\beta$$

### 4. 和・差を積に変形する公式：上の公式で $\alpha + \beta = A$ , $\alpha - \beta = B$ において、

(a)  $\sin A + \sin B$  を  $\sin$  と  $\cos$  の積で表しなさい。

$$\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

(b)  $\sin A - \sin B$  を  $\sin$  と  $\cos$  の積で表しなさい..

$$\sin A - \sin B = 2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

(c)  $\cos A + \cos B$  を  $\cos$  の積で表しなさい。

$$\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

(d)  $\cos A - \cos B$  を  $\sin$  の積で表しなさい..

$$\cos A - \cos B = -2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$