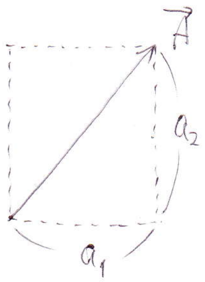
ベクトル

§1. ベクトルとベクトルの成分

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

a_1：x方向に進んだ距離

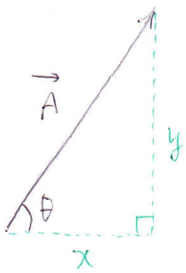
a_2：y方向に進んだ距離



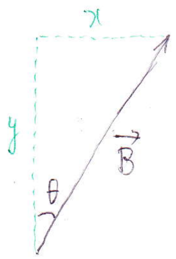
§2. ベクトルの大きさ

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2}$$

§3. ベクトルの大きさと成分



$$\left.\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{x}{A} \longrightarrow x = A\cos\theta \\ \sin\theta &= \frac{y}{A} \longrightarrow y = A\sin\theta \end{aligned}\right\} \quad \vec{A} = \begin{pmatrix} A\cos\theta \\ A\sin\theta \end{pmatrix}$$



$$\left.\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{y}{B} \longrightarrow y = B\cos\theta \\ \sin\theta &= \frac{x}{B} \longrightarrow x = B\sin\theta \end{aligned}\right\} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} B\sin\theta \\ B\cos\theta \end{pmatrix}$$

番号　　　　　　　　氏名

ベクトル No.1 ベクトルの成分と大きさ

1. ベクトルとベクトルの成分

世の中には，大きさだけでなく，向きも同時に表さなければならない量がある．例えば，風の強さを表すには，どの方角から吹くのかも重要な要素である．また，力なども同じベクトルで表す量である．そこで，大きさと向きを同時に表すものとして，ベクトル (vector) が存在するわけである．記号の上に矢印をつけてベクトルを表そう．

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

これは，x 方向に a_1，y 方向に a_2 だけ進むと考える．

2. ベクトルの大きさ

ベクトルの大きさは，矢印の長さで表す．ベクトルの大きさを絶対値 $\left|\vec{A}\right|$ または単に A と書き，三平方の定理から，

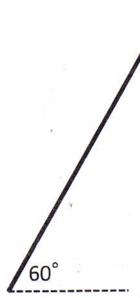
$$\left|\vec{A}\right| = A = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2} \tag{2}$$

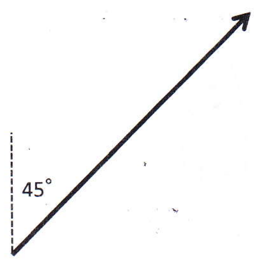
と表すことができる．

3. ベクトルの大きさと成分

逆に，ベクトルの大きさと x 軸または y 軸との角度がわかっていると，ベクトルの成分を求めることができる．

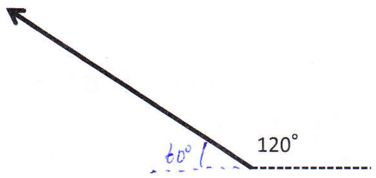
4. 次のベクトル $\vec{F}$ は，いずれも大きさ $|\vec{F}| = 2$ である．ベクトル $\vec{F}$ を成分表示しなさい．



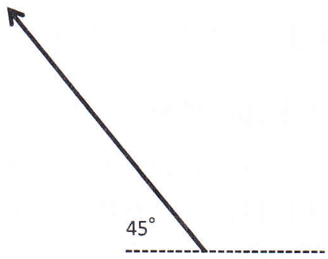


$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 2\cos 60^\circ \\ 2\sin 60^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

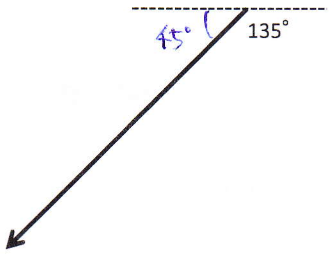
$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 2\sin 45^\circ \\ 2\cos 45^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$$



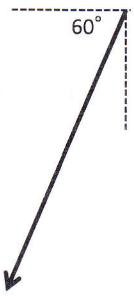
$$\vec{F} = \begin{pmatrix} -2\cos 60^\circ \\ 2\sin 60^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$$



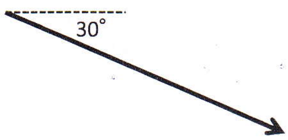
$$\vec{F} = \begin{pmatrix} -2\cos 45^\circ \\ 2\sin 45^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$$



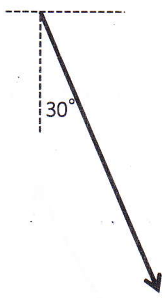
$$\vec{F} = \begin{pmatrix} -2\cos 45^\circ \\ -2\sin 45^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$$



$$\vec{F} = \begin{pmatrix} -2\cos 60^\circ \\ -2\sin 60^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}$$



$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 2\cos 30^\circ \\ -2\sin 30^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \end{pmatrix}$$



$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 2\sin 30^\circ \\ -2\cos 30^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

番号　　　　　　　　　　氏名

ベクトル No.2 ベクトルの和

1. ベクトルの和

ベクトルの和は，平行四辺形の法則に従っている．成分を用いて計算するには，x，y 成分をそれぞれ和をとればよい．例えば，$\vec{A}$ と $\vec{B}$ が

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \qquad \vec{B} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

と与えられているとすると，和 $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ は，

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix} \tag{2}$$

と書くことができる．

2. 次のベクトル $\vec{A}$，$\vec{B}$ とその和 $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ を，グラフ用紙に描きなさい．また，成分の計算から $\vec{C}$ を求め，描いたベクトルと一致しているか確かめなさい．

(1) $\vec{A} = (5, 0)$，$\vec{B} = (3, 4)$

$$\vec{C} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(2) $\vec{A} = (5, 0)$，$\vec{B} = (-3, 4)$

$$\vec{C} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(3) $\vec{A} = (5, 0)$，$\vec{B} = (-3, -4)$

$$\vec{C} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

(4) $\vec{A} = (5, 0)$，$\vec{B} = (3, -4)$

$$\vec{C} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$$

3. $\vec{a} = (2, -1)$，$\vec{b} = (-3, 4)$，$\vec{c} = (1, -1)$ とするとき，次の量を求めなさい．

(1) $a = |\vec{a}| =$ $\sqrt{5} = 2.24$

(2) $b = |\vec{b}| =$ $\sqrt{25} = 5$

(3) $\vec{a} + \vec{b} =$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

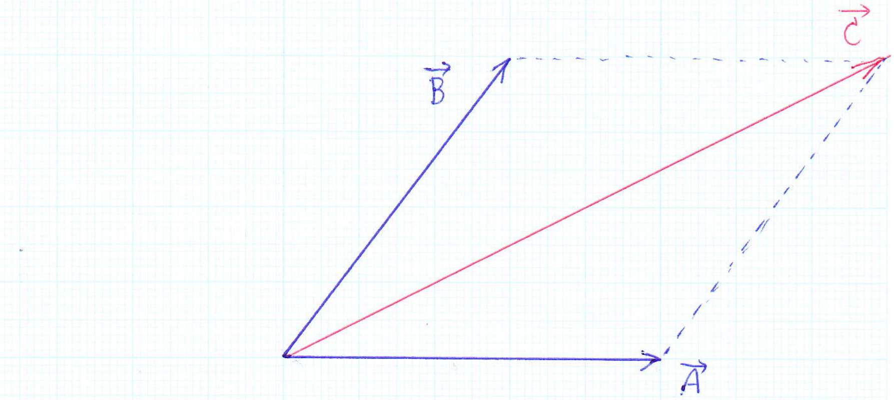
(4) $|\vec{a} + \vec{b}| =$ $\sqrt{10} = 3.16$

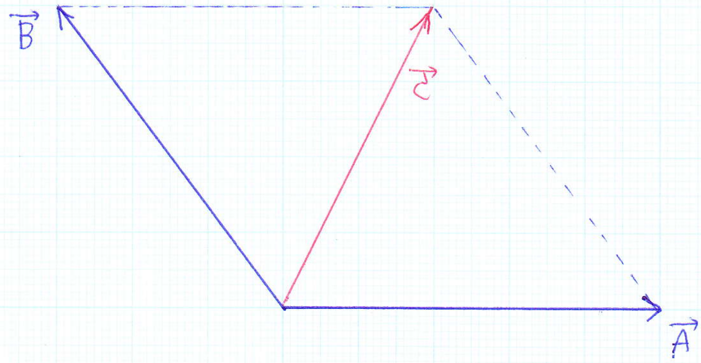
(5) $\vec{a} - 2\vec{b} =$ $\begin{pmatrix} 8 \\ -9 \end{pmatrix}$

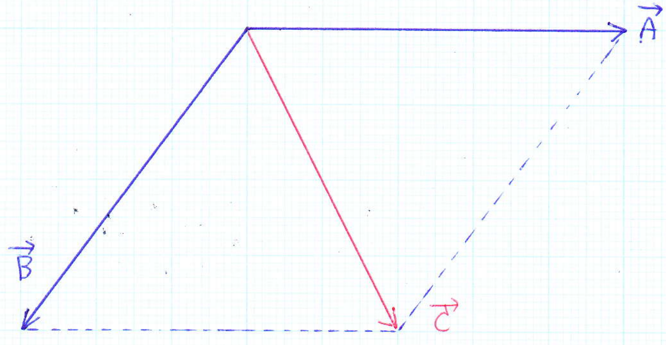
(6) $2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} =$ $\begin{pmatrix} 14 \\ -15 \end{pmatrix}$

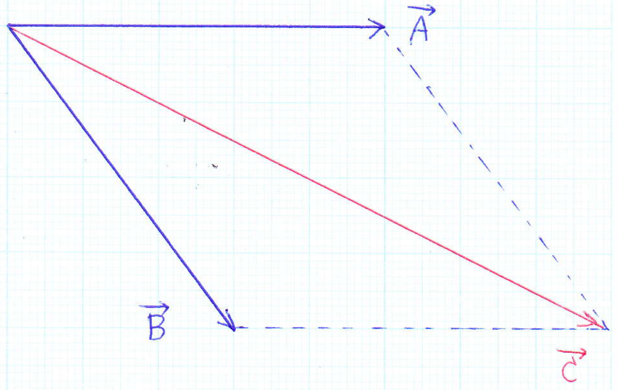
(7) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{d} = \vec{c}$ のとき $\vec{d}$ $= \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$.

4. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい．(自由記載)


$\vec{C}$
$\vec{B}$
$\vec{A}$


$\vec{B}$
$\vec{C}$
$\vec{A}$


$\vec{A}$
$\vec{B}$
$\vec{C}$


$\vec{A}$
$\vec{B}$
$\vec{C}$