

動力学 No.9 運動方程式を解く (4) 放物運動

$$\begin{cases} x(t+\epsilon) = x(t) + \epsilon v_x\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v_x\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) = v_x\left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} y(t+\epsilon) = y(t) + \epsilon v_y\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v_y\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) = v_y\left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) - \epsilon g \end{cases}$$

ここで、 $\epsilon = 0.10 \text{ s}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ とし、小数第4位を四捨五入しなさい。

時刻 t [s]	位置 $x(t)$ [m]	位置 $y(t)$ [m]	速さ $v_x(t)$ [m/s]	速さ $v_y(t)$ [m/s]
0	$x(0) = 0.0$	$y(0) = 0.0$	$v_x(0) = 6.0$	$v_y(0) = 6.0$
			$v_x\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = v_x(0)$	$v_y\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = v_y(0) - \frac{\epsilon}{2}g$
ϵ	0.6	0.551	= 6	= 5.51
2ϵ	1.2	1.004	6	4.53
3ϵ	1.8	1.359	6	3.55
4ϵ	2.4	1.616	6	2.57
5ϵ	3.0	1.775	6	1.59
6ϵ	3.6	1.836	6	0.61
7ϵ			= 6.0	= -0.37
	= 4.2	= 1.799	6	-1.35
8ϵ	4.8	1.664	6	-2.33
9ϵ	5.4	1.431	6	-3.31
10ϵ	6.0	1.100	6	-4.29
11ϵ	6.6	0.671	6	-5.27
12ϵ	7.2	0.144	6	
13ϵ			= 6.0	= -6.25
	= 7.8	= -0.481	*****	*****



No.5 参照

1. 横軸に x , 縦軸に y をとったグラフを描きなさい。
2. 上に描いたグラフから次の値 (座標) を読み取りなさい。

	最高点	到達した点
値 (座標)	$x_H = 3.54$	$x_R = 7.35$
	$y_H = 1.83$	$y_R = 0$

3. Newton の運動方程式

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ m \frac{dv_y}{dt} = -mg \end{cases}$$

を解きなさい (No.5 5. と No.8 3. 参照). この微分方程式は, x 方向と y 方向が別々の微分方程式となっているので, 別々に積分すればよい.

(a) それぞれ時間 t で積分する. 初期条件は, $v_x(0) = 6.0$, $v_y(0) = 6.0$ である.

$$v_x = \int 0 dt = v_0^x = 6$$

$$v_y = \int (-9.8) dt = -9.8t + v_0^y = -9.8t + 6$$

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 6 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -9.8t + 6 \end{cases}$$

(b) もう一回時間 t で積分する. 初期条件は, $x(0) = 0.0$, $y(0) = 0.0$ である.

$$x = \int 6 dt =$$

$$y = \int (-9.8t + 6) dt =$$

$$\begin{cases} x = 6t \\ y = -4.9t^2 + 6t \end{cases}$$

4. 次の問いに答え、問2.の値と比較しなさい。

(a) 問3.(a)から、物体が最高点に達した($v_y = 0$)ときの時刻 t_H を求めなさい。

$$v_y = -9.8t + 6 = 0 \text{ より } t_H = \frac{6}{9.8} = 0.612\text{s}$$

(b) 問3.(b)から、物体の最高点の座標(x_H, y_H)を求めなさい。

$$x_H = 6 \times \frac{6}{9.8} = 3.673\text{m}$$

$$y_H = -4.9 \times \left(\frac{6}{9.8}\right)^2 + 6 \times \frac{6}{9.8} = 1.837\text{m}$$

(c) 問3.(b)から、物体が再び地面に到達した($y = 0$)ときの時刻 t_R を求めなさい。

$$y = -4.9t^2 + 6t = 0 \text{ より } t = 0, \frac{6}{4.9} = 1.22\text{s} = t_R$$

(d) 問3.(b)から、物体が到達した座標($x_R, y_R = 0$)を求めなさい。

$$x_R = 6 \times \frac{6}{4.9} = 7.347\text{m}$$

5. 問 3.(b) で求めた x, y の式から時間 t を消去することによって, y を x の関数として表しなさい.

$$y = -\frac{4.9}{36}x^2 + x$$

6. 上で求めた関数から次の座標を求め, 問 2. の値と比較しなさい. 答えは 小数 で表しなさい.
(a) 平方完成をし, 最高点の座標 (x_H, y_H) を求めなさい.

$$y = -\frac{4.9}{36} \left(x - \frac{18}{4.9} \right)^2 + \frac{9}{4.9} \quad \text{よ} \ddot{\text{r}} \quad x_H = \frac{18}{4.9} = 3.67 \text{ m}$$

$$y_H = \frac{9}{4.9} = 1.84 \text{ m}$$

- (b) $y = 0$ とした x の 2 次方程式を解き, 到達点 $(x_R, 0)$ を求めなさい.

$$y = 0 = x \left(-\frac{4.9}{36}x + 1 \right) \quad \text{よ} \ddot{\text{r}} \quad x = 0, \quad \frac{36}{4.9} = 7.35 \text{ m} = x_R$$

7. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい. (自由記載)