

動力学 No.12

運動方程式を解く (7) 振動運動

$$\begin{cases} x(t+\epsilon) = x(t) + \epsilon v\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ v\left(t + \frac{\epsilon}{2}\right) = v\left(t - \frac{\epsilon}{2}\right) + \epsilon a(t) \end{cases}$$

ここで、 $a(t) = -\omega_0^2 x(t)$ である。

また、 $\epsilon = 0.50 \text{ s}$, $\omega_0 = \frac{k}{m} = 1.0 \text{ s}^{-2}$ とし、小数第4位を四捨五入しなさい。

時刻 t [s]	位置 $x(t)$ [m]	速さ $v(t)$ [m/s]	加速度 $a(t)$ [m/s ²]
0	$x(0) = 1.0$	$v(0) = 0.0$	$a(0) = -1.0$
ϵ	0.875	$v\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = v(0) + \frac{\epsilon}{2}a(0)$ $= -0.250$	-0.875
2ϵ	0.531	-0.688	-0.531
3ϵ	0.054	-0.954	-0.054
4ϵ	-0.437	-0.981	0.437
5ϵ	-0.819	-0.763	0.819
6ϵ	-0.996	-0.354	0.996
7ϵ	$= -0.924$	$= 0.144$	0.924
8ϵ	-0.621	0.606	0.621
9ϵ	-0.163	0.917	0.163
10ϵ	0.337	0.999	-0.337
11ϵ	0.753	0.831	-0.753
12ϵ	0.981	0.455	-0.981
13ϵ	0.963	-0.036	-0.963
14ϵ	0.704	-0.518	-0.704
15ϵ	$= 0.269$	$= -0.870$ *****	-0.269

- $x-t$ グラフ, $v-t$ グラフを一枚のグラフ用紙に描きなさい.
- $x-t$ グラフ, $v-t$ グラフの周期は, それぞれ何 s か.

$$T_x = 2\pi = 6.28s, \quad T_v = 2\pi = 6.28s$$

3. Newton の運動方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x = 0 \quad (1)$$

を解くことを考えよう.

(a) A, B を定数として, 解の形を

$$x(t) = A \cos t + B \sin t \quad (2)$$

と仮定する. これを t で微分して, 上の微分方程式を満たすことを確かめなさい.

$$v = \frac{dx}{dt} = -A \sin t + B \cos t$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A \cos t - B \sin t = -x$$

確認: (2)式は, (1)式を満たしている.

(b) 初期条件 $x(0) = 1, v(0) = 0$ から, 定数 A, B を求めなさい.

$$x(0) = A = 1$$

$$v(0) = B = 0$$

(c) 初期条件を含んだ完全な解の形を書きなさい.

$$x(t) = \cos t$$

$$v(t) = -\sin t$$

4. 日常生活の中で, 振動現象 (周期的な運動) の例を 3 つあげ, 説明しなさい.

(a)

(b)

(c)

5. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい. (自由記載)