番号　　　　　　　　氏名

動力学 No.14　運動方程式を解く (9) 臨界振動

$$\begin{cases} x(t+\epsilon) & = x(t) + \epsilon\, v\left(t+\dfrac{\epsilon}{2}\right) \\ v\left(t+\dfrac{\epsilon}{2}\right) & = v\left(t-\dfrac{\epsilon}{2}\right) + \epsilon\, a(t) \end{cases}$$

ここで，$a(t) = -\omega_0^2 x(t) - 2\mu_0 v(t-\frac{\epsilon}{2})$ である．
また，$\epsilon = 0.50$ s，$\omega_0^2 = \frac{k}{m} = 1.0$ s^{-2}，$2\mu_0 = \frac{\mu}{m} = 2.0$ s^{-1} とし，
小数第 4 位を四捨五入しなさい．

時刻 t〔s〕	位置 $x(t)$〔m〕	速さ $v(t)$〔m/s〕	加速度 $a(t)$〔m/s^2〕
0	$x(0) = 1.0$	$v(0) = 0.0$	$a(0) = -1.0$
		$v(\frac{\epsilon}{2}) = v(0) + \frac{\epsilon}{2}a(0)$ $= -0.25$	
ϵ	1,0-0,5×0,250 = 0,875		−0.375
		−0.438	
2ϵ	0,875-0,5×0,438 = 0,656		0.219
		−0.328	
3ϵ	0,656-0,5×0,328 = 0,492		0.164
		−0.246	
4ϵ	0,492-0,5×0,246 = 0,369		0.123
		−0.185	
5ϵ	0,369-0,5×0,185 = 0,277		0.092
		−0.138	
6ϵ	0,277-0,5×0,138 = 0,208		0.069
		−0.104	
7ϵ	0,208-0,5×0,104 = 0.156		0.052
		−0.078	
8ϵ	0,156-0,5×0,078 = 0,117		0.039
		−0.058	
9ϵ	0,117-0,5×0,058 = 0,088		0.029
		−0.044	
10ϵ	0,088-0,5×0,044 = 0,066		0.022
		−0.033	
11ϵ	0,066-0,5×0,033 = 0,050		0.016
		−0.025	
12ϵ	0,050-0,5×0,025 = 0,038		0.012
		−0.018	
13ϵ	0,038-0,5×0,018 = 0,029		0.009
		−0.014	
14ϵ	0,029-0,5×0,014 = 0,022		0.007
		−0.010	
15ϵ	0,022-0,5×0,010 = 0.014		0.005
		*****	

1. $x-t$ グラフを描きなさい．

2. Newton の運動方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\frac{dx}{dt}+x=0 \tag{1}$$

を解くことを考えよう．

(a) 解の形を $x(t)=e^{\lambda t}$ と仮定しよう．これを微分方程式に代入して，λ に対する二次方程式をもとめよう．

$$\lambda^2+2\lambda+1=0$$

(b) 上の二次方程式を解きなさい．この場合は重解となっている．

$(\lambda+1)^2=0$ より $\lambda=-1$

(c) 解 λ は一つしかないので，<u>定数変化法</u>によって解を求める．解の形は A，B を定数として

$$x(t)=(At+B)e^{\lambda t} = (At+B)e^{-t} \tag{2}$$

と書くことができる．この解を t で微分して，速さ $v(t)$ を求めなさい．

$$v=\frac{dx}{dt}=Ae^{-t}-(At+B)e^{-t}=e^{-t}(A-At-B)$$

(d) 初期条件 $x(0)=1$，$v(0)=0$ から定数 A，B を求め，解の形 $x(t)$ を決定しなさい．

$$\left.\begin{aligned} x(0)&=B=1\\ v(0)&=A-B=0 \end{aligned}\right\}\ A=1$$

したがって，

$$x(t)=(t+1)e^{-t}$$

3. 日常生活の中で，減衰振動の例をあげ説明しなさい．

4. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい．(自由記載)