

動力学 No.17

仕事

1. 次の単位を MKS 単位で表しなさい。

(a) 仕事 J

$$J = N \cdot m = kg \cdot m/s^2 \times m = kg \cdot m^2/s^2$$

(b) 仕事率 W

$$W = J/s = kg \cdot m^2/s^3$$

2. 次の仕事の大きさを求めなさい。

(a) 0.20 g の雨滴が地上 1000 m の雲から落ちてきた。重力のする仕事は何 J か。

$$W = 0.20 \times 10^{-3} \cdot 9.8 \cdot 1000 = 1.96 \div 2.0 \text{ J}$$

(b) 200 g のボールを 50 cm 持ち上げるときに、手のする仕事は何 J か。

$$W = 200 \times 10^{-3} \cdot 9.8 \cdot 50 \times 10^{-2} = 0.98 \text{ J}$$

3. 次の間に答えなさい。

(a) 1.0 kW·h は、何 J か。

$$1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 1 \times 10^3 \text{ W} \times 60 \times 60 \text{ s} = 3600 \times 10^3 = 3.6 \times 10^6 \text{ J} = 3600 \text{ kJ}$$

(b) 500 W の電熱器を 2.0 時間使うと、電力量は何 J か。

$$500 \text{ W} \times 2 \times 60 \times 60 \text{ s} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

(c) 1.0 kg の水の温度を 1.0 °C 上げるのに、4.2 kJ のエネルギーが必要である。上の電熱器の電力量で、0 °C の水何 kg を沸騰させることができるか。

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ kg} \text{ --- } 100^\circ\text{C} \text{ --- } 420 \text{ kJ} \\ x \text{ kg} \text{ --- } \text{ --- } 3600 \text{ kJ} \end{array} \right\} x = \frac{3600}{420} = 8.571 \div 8.6 \text{ kg}$$

(d) 体重 50 キロの成人は徒歩 20 分で 420 kJ (= 100 kcal) のエネルギーを消費する。1.0 kW·h は、何時間歩くことに相当するか。

$$\left. \begin{array}{l} 20 \text{ 分} \text{ --- } 420 \text{ kJ} \\ x \text{ 分} \text{ --- } 3600 \text{ kJ} \end{array} \right\} x = \frac{3600}{420} \times 20 = 171.43 \text{ 分} \div 60 \text{ 分} = 2.9 \text{ 時間}$$

4. 体重 50 キロの成人の一日の所要エネルギーは 8400 kJ (= 2000 kcal) である。このエネルギーは、100 W の電球を何時間点灯させることができるか。

$$8400 \times 10^3 \text{ J} = 100 \text{ W} \times t \text{ [s]}$$

$$t = \frac{8400 \times 10^3}{100} = 84000 \text{ s} = \frac{84000}{60 \times 60} = 23.3 \text{ 時間} \div 24 \text{ 時間} = 1 \text{ 日}$$

5. 地球から人工衛星を打ち上げる。地上から x [m] の場所で質量 m [kg] の人工衛星に働く万有引力は

$$F = -G \frac{Mm}{(R+x)^2}$$

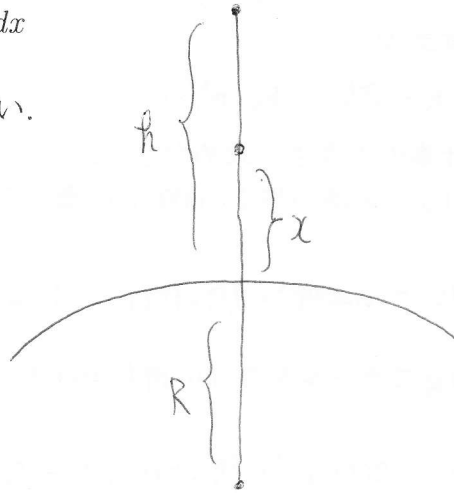
と表される。ここで、 M 、 R は地球の質量と半径であり、 G は万有引力定数である。

- (a) 地上から h [m] のところまで持ち上げるのに必要な仕事は、

$$w = - \int_0^h F dx$$

となる。仕事 w を G 、 M 、 m 、 R 、 h で表しなさい。

$$\begin{aligned} w &= GMm \int_0^h \frac{dx}{(R+x)^2} = GMm \left. \frac{-1}{R+x} \right|_0^h \\ &= GMm \left(\frac{-1}{R+h} + \frac{1}{R} \right) \dots \textcircled{1} \\ &= GMm \frac{h}{R(R+h)} \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$



- (b) 気象衛星の高度は、地上 $h = 30000$ km である。気象衛星の質量を $m = 3000$ kg として、ここまで打ち上げるのに必要な仕事は何 J か。ここで、 $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg、 $R = 6400$ km、 $G = 6.7 \times 10^{-11}$ N · m²/kg² である。

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \text{より } w &= 6.7 \times 10^{-11} \cdot 6.0 \times 10^{24} \cdot 3 \times 10^3 \times \frac{3 \times 10^7}{6400 \times 10^3 \times (6400 \times 10^3 + 30000 \times 10^3)} \\ &= \frac{6.7 \times 10^{-11} \cdot 6.0 \times 10^{24} \cdot 3 \times 10^3 \cdot 3 \times 10^7}{6.4 \times 10^6 \cdot 3.64 \times 10^7} = 15.53 \times 10^{10} \div 1.6 \times 10^{11} \text{ J} \end{aligned}$$

- (c) 地球の重力から脱出 ($h \rightarrow \infty$) するのに必要な仕事 w_e は何 J か。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{より } w_e &= \frac{GMm}{R} = \frac{6.7 \times 10^{-11} \cdot 6.0 \times 10^{24} \cdot 3000}{6400 \times 10^3} \\ &= 18.84 \times 10^{10} \div 1.9 \times 10^{11} \text{ J} \end{aligned}$$

6. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)