

物理学 No.8

 たわみ

1. 長さ  $L = 10.0$  mm の歯の矯正で使われる金属 (矯正合金線) の『片持ち梁』に荷重  $W = 2.0$  N がかけられたとき, たわみが  $h = 0.50$  mm であった. 合金線の断面は直径  $d = 0.60$  mm の円なので, 断面二次モーメント  $I$  は,

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

と表される.  $\pi = 3.14$  としなさい.

- (a) 応力の最大値  $\sigma_{\max}$  は, 曲げモーメント  $M = WL$  と断面係数  $Z = \frac{I}{d/2}$  を使って,  $\sigma_{\max} = \frac{M}{Z}$  と表される. 応力の最大値  $\sigma_{\max}$  は何 Pa か.

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{Z} = \frac{WL}{I/(d/2)} = \frac{d}{2} \frac{WL}{I} = \frac{32WL}{\pi d^3} \doteq 9.4 \times 10^8 \text{ Pa}$$

- (b) この矯正合金線のヤング率  $Y$  は何 Pa か.

$$Y = \frac{WL^3}{3Ih} = \frac{WL^3}{3 \times \frac{\pi d^4}{64} \times h} \doteq 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

2. 長さ  $L = 3.0$  m の片持ち梁とみなせる飛び込み板の端に体重が 60 kg の人が静かに立つとき, 板のたわみ  $h$  は何 m か. ただし, 板は幅  $a = 5.0$  cm, 厚さ  $b = 50.0$  cm であり, ヤング率は  $Y = 10.29 \times 10^9$  Pa とする.

$$h = \frac{WL^3}{3IY} = \frac{WL^3}{3 \times \frac{ab^3}{12} \times Y} \doteq 0.99 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.99 \text{ mm}$$

3. 長さ  $L = 20.0 \text{ cm}$ , 幅  $a = 12.0 \text{ mm}$ , 厚さ  $b = 4.0 \text{ mm}$  でヤング率  $Y = 20 \times 10^{10} \text{ Pa}$  の片持ち梁に,  $W = 3.0 \text{ N}$  の荷重をかける. たわみ  $h$  は何  $\text{mm}$  か.

$$h = \frac{WL^3}{3 \times \frac{ab^3}{12} \times Y} \doteq 0.63 \text{ mm}$$

4. 長さ  $L = 200.0 \text{ mm}$ , 幅  $a = 16.0 \text{ mm}$ , 厚さ  $b = 4.0 \text{ mm}$  でヤング率  $Y = 10 \times 10^{10} \text{ Pa}$  の片持ち梁に荷重  $W$  をかける. たわみ  $h$  の最大値を  $1.0 \text{ mm}$  まで許すとき, 何  $\text{N}$  の荷重まで耐えることができるか.

$$h = \frac{4WL^3}{ab^3Y} \leq 1.0 \times 10^{-3}$$

$$W \leq \frac{ab^3Y}{4L^3} \times 1.0 \times 10^{-3} \doteq 3.2 \text{ N}$$

5. 長さ  $L = 200.0 \text{ mm}$ , 幅  $a = 16.0 \text{ mm}$ , 厚さ  $b = 5.0 \text{ mm}$  の片持ち梁がある. この棒に  $6.0 \text{ N}$  の荷重をかけたら, たわみが  $h = 0.40 \text{ mm}$  であった. この棒のヤング率  $Y$  は何  $\text{Pa}$  か.

$$Y = \frac{4WL^3}{ab^3h} = 2.4 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

6. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想など書きなさい. また, 午後の実験についても書きなさい. (自由記載)