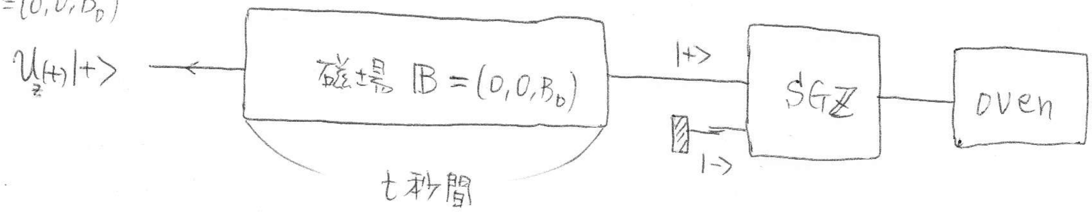
3.3 Spin Precession

(2.2の§1を参照のこと)

§1. $\mathbb{B}=(0,0,B_0)$



$t=0$のとき $|+\rangle$ とする

① 確率

$$\langle +|\mathcal{U}_z(t)|+\rangle = e^{-i\omega_0 t/2} \qquad \text{よって} \quad |\langle +|\mathcal{U}_z(t)|+\rangle|^2 = 1$$

$$\langle -|\mathcal{U}_z(t)|+\rangle = 0 \qquad \text{よって} \quad |\langle -|\mathcal{U}_z(t)|+\rangle|^2 = 0$$

$$\Big\} \quad |\langle +|\mathcal{U}_z(t)|+\rangle|^2 + |\langle -|\mathcal{U}_z(t)|+\rangle|^2 = 1$$

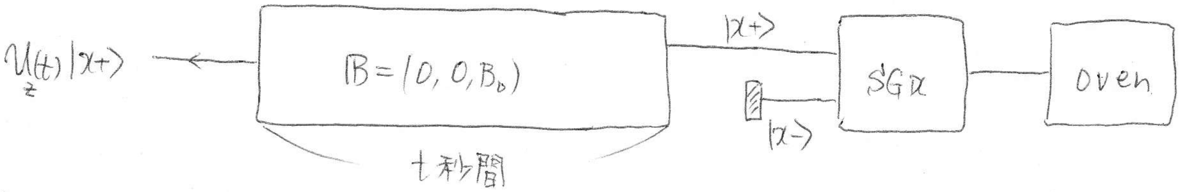
② 期待値

$$\langle S_x\rangle_t = \langle +|\mathcal{U}_z^\dagger(t)\, S_x\, \mathcal{U}_z(t)|+\rangle = 0$$

$$\langle S_y\rangle_t = \langle +|\mathcal{U}_z^\dagger(t)\, S_y\, \mathcal{U}_z(t)|+\rangle = 0$$

$$\langle S_z\rangle_t = \langle +|\mathcal{U}_z^\dagger(t)\, S_z\, \mathcal{U}_z(t)|+\rangle = \frac{\hbar}{2}$$

同様にして （量子力学 No.6 参照）

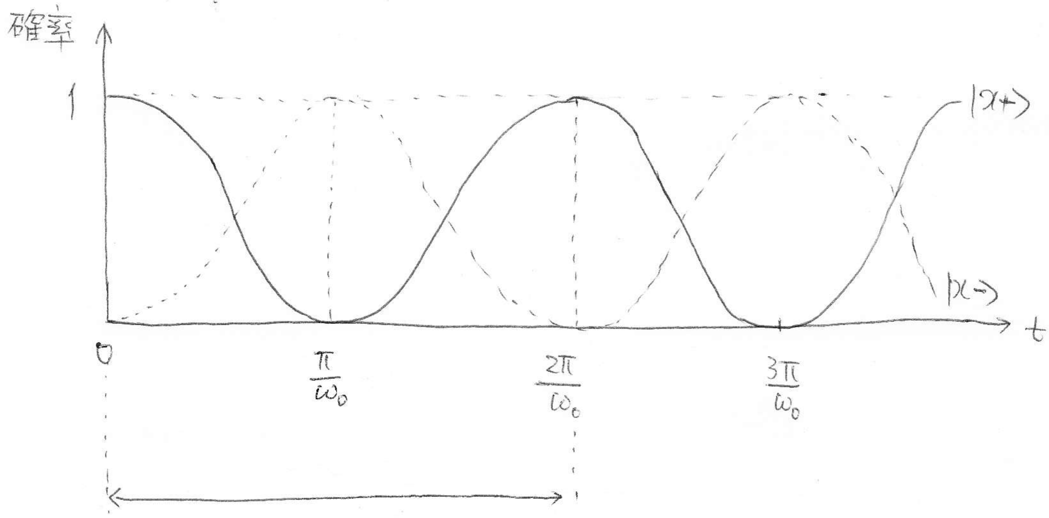


①確率

$$\left|\langle x+|\mathcal{U}_z(t)|x+\rangle\right|^2 = \cos^2\frac{\omega_0 t}{2}$$

$$\left|\langle x-|\mathcal{U}_z(t)|x+\rangle\right|^2 = \sin^2\frac{\omega_0 t}{2}$$

$$\left|\langle x+|\mathcal{U}_z|x+\rangle\right|^2 + \left|\langle x-|\mathcal{U}_z(t)|x+\rangle\right|^2 = 1$$



周期 $\frac{\omega_0 T}{2}=\pi$ よって $T=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\frac{\hbar}{2\mu_B B_0}=\frac{\pi\hbar}{\mu_B B_0}=3.56\times10^{-11}\,\mathrm{s}$ （$B_0=1\mathrm{T}$のとき）

②期待値

$$\langle S_x\rangle_t = \langle x+|\mathcal{U}_z^{\dagger}(t)\,S_x\,\mathcal{U}_z(t)|x+\rangle = \frac{\hbar}{2}\cos\omega_0 t$$

$$\langle S_y\rangle_t = \langle x+|\mathcal{U}_z^{\dagger}(t)\,S_y\,\mathcal{U}_z(t)|x+\rangle = \frac{\hbar}{2}\sin\omega_0 t$$

$$\langle S_z\rangle_t = \langle x+|\mathcal{U}_z^{\dagger}(t)\,S_z\,\mathcal{U}_z(t)|x+\rangle = 0$$

番号　　　　　　　　　氏名

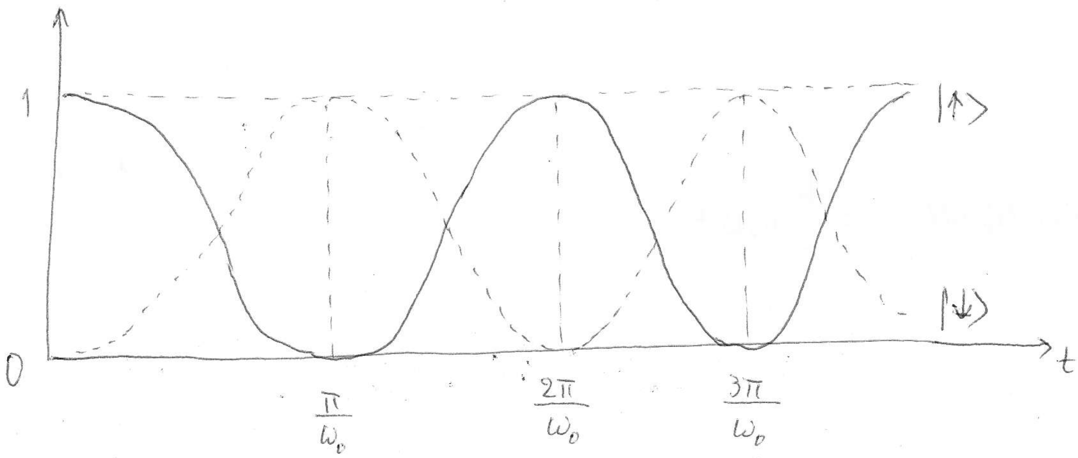
量子力学 No.11 Spin precession (1)　2.2の§3を参照

1. $t=0$ に $|\uparrow\rangle$ とセットされた電子が，外部磁場 $\boldsymbol{B}=(B_0,0,0)$ を通るとき，

(a) $|\langle\uparrow|\mathcal{U}_x|\uparrow\rangle|^2 = \cos^2\dfrac{\omega_0 t}{2}$

(b) $|\langle\downarrow|\mathcal{U}_x|\uparrow\rangle|^2 = \sin^2\dfrac{\omega_0 t}{2}$

(c) 横軸に時間 t，縦軸に上の確率をとったグラフを描きなさい．



(d) $B_0 = 1.00\times10^{-4}$ T のとき，周期 $T=\frac{2\pi}{\omega_0}$ を求めなさい．

$$T = 2\pi\frac{\hbar}{2\mu_B B_0} = \frac{\pi\hbar}{\mu_B B_0} = \frac{3.14\times1.05\times10^{-34}}{9.27\times10^{-24}\cdot1\times10^{-4}} = 3.56\times10^{-7}\,\mathrm{s}$$

2. 表面のとき，次の期待値を求めなさい．

(a) $\langle S_x \rangle_t = \langle \uparrow | \mathcal{U}_x^\dagger S_x \mathcal{U}_x | \uparrow \rangle = 0$

(b) $\langle S_y \rangle_t = \langle \uparrow | \mathcal{U}_x^\dagger S_y \mathcal{U}_x | \uparrow \rangle = -\frac{\hbar}{2} \sin \omega_0 t$

(c) $\langle S_z \rangle_t = \langle \uparrow | \mathcal{U}_x^\dagger S_z \mathcal{U}_x | \uparrow \rangle = \frac{\hbar}{2} \cos \omega_0 t$

3. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい．(自由記載)