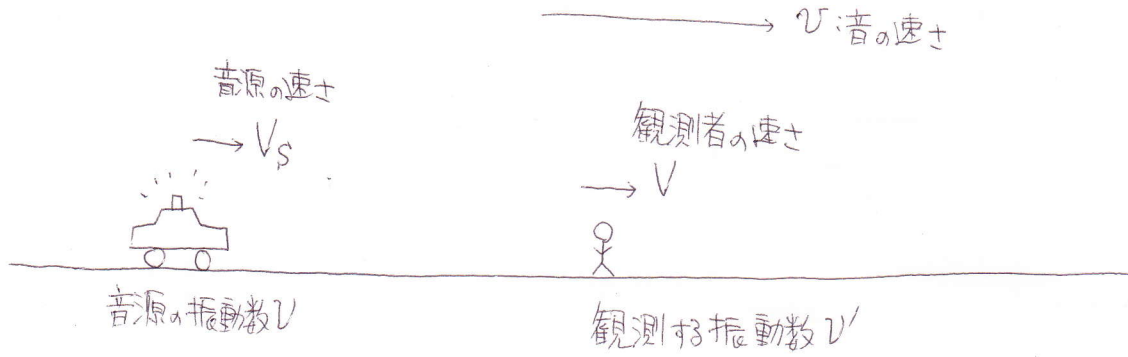


1.3 ドップラー効果

一定の振動数を出す音源があり、距離が近くと、音は高くなり、遠ざかると低くなる。

これをドップラー効果という。



$$v' = \frac{v - V}{v - V_s} \times v$$

特殊相対論 No.3 Doppler effect(特殊相対論 No.11 参照)

1. 原点に静止した音源から、周期 $T = 1\text{ s}$ で音を出す。音は x 軸正方向に進み、音速を $v = \tan \varphi = 1\text{ m/s}$ とする。波面の様子を、時空図に書き込みなさい。
2. 振動数 ν [Hz] と波長 λ [m] を求めなさい。

$$\frac{1\text{回} - T_s}{\nu\text{回} - 1s}$$

$$v = \nu \lambda \text{ 故 } \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{1}{1} = 1\text{ m}$$

$$1: \nu = T = 1 \text{ 故 } \nu T = 1 \quad \therefore \nu = \frac{1}{T} = 1\text{ Hz}$$

3. x 軸に平行に線を入れると、波面の間隔が波長 λ である。 t 軸に平行に線を入れると、波面の間隔が周期 T である。時空図の中で、 T と λ が読めるか。ここで、 $v = \tan \varphi = \frac{\lambda}{T} = \nu \lambda$ となっていることを確かめなさい。
4. 時刻 $t = 0\text{ s}$ に原点から速さ $V = \tan \theta = +0.5\text{ m/s}$ で動く観測者の世界線を書き、時間目盛を加えなさい。
5. ドップラー効果

- (a) 観測者が観測する5個の波面が通過する時間は何sか。すなわち、観測者が聞く音の振動数 ν' は何Hzか。グラフから読み取りなさい。

$$\nu' = \frac{5\text{個}}{10\text{s}} = 0.5\text{ Hz}$$

- (b) $t-x$ 座標系で、 $O(0, 0)$, $A(5, 0)$, $B(10, 5)$ とする。三角形 OAB に正弦定理を使うことによって、ドップラー効果の式を導きなさい。

$$\frac{OA}{\sin(\varphi - \theta)} = \frac{OB}{\sin(\pi - \varphi)} \rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{\sin(\varphi - \theta)}{\sin(\pi - \varphi)} = \frac{\sin \varphi \cos \theta - \cos \varphi \sin \theta}{\sin \pi \cos \varphi - \cos \pi \sin \varphi}$$

$$= \cos \theta - \frac{\sin \theta}{\tan \varphi} = \frac{1}{\sqrt{1+V^2}} - \frac{V}{v\sqrt{1+V^2}} = \frac{v-V}{v\sqrt{1+V^2}}$$

一方 $m = 5$ として

$$OA = mT = \frac{m}{\nu}$$

$$OB = mT' \sqrt{1+V^2} = \frac{m}{\nu'} \sqrt{1+V^2}$$

$$\frac{\nu'}{\nu \sqrt{1+V^2}} = \frac{v-V}{v\sqrt{1+V^2}}$$

$$\text{したがって、 } \nu' = \frac{v-V}{v} \times \nu$$

- (c) $v = 1$, $V = 0.5$, $\nu = 1$ のとき、理論値 ν' を求めなさい。

$$\nu' = \frac{1-0.5}{1} \times 1 = 0.5\text{ Hz}$$

6. 原点に静止している音源がある。時刻 $t = 0$ s に $x = 10$ m から速さ $V = -0.5$ m/s で動く観測者が聞く音の振動数 ν' を求めなさい。

(a) 時空図から：5個の波面が通過する時間を求めることにより計算する。

$$\nu' = \frac{5\text{個}}{3.74\text{cm}/\alpha_c} = \frac{5\text{個}}{3.74/1,118} = 1,495\text{Hz}$$

(b) ドップラー効果の式から

$$\nu' = \frac{v+V}{v} \times \nu = \frac{1+0,5}{1} \times 1 = 1,5\text{Hz}$$

7. 原点に静止している観測者がいる。時刻 $t = 0$ s に原点から速さ $V_S = +0.5$ m/s で離れていく音源がある。観測者が聞く音の振動数 ν' を求めなさい。

(a) 時空図から：5個の波面が通過する時間を求めることにより計算する。

$$\nu' = \frac{5\text{個}}{7,5\text{s}} = 0,66\text{Hz}$$

(b) ドップラー効果の式から

$$\nu' = \frac{v}{v+V_S} \times \nu = \frac{1}{1+0,5} \times 1 = \frac{1}{1,5} = 0,66\text{Hz}$$

8. 原点に静止している観測者がいる。時刻 $t = 0$ s に $x = 10$ m から速さ $V_S = -0.5$ m/s で動く音源がある。観測者が聞く音の振動数 ν' を求めなさい。

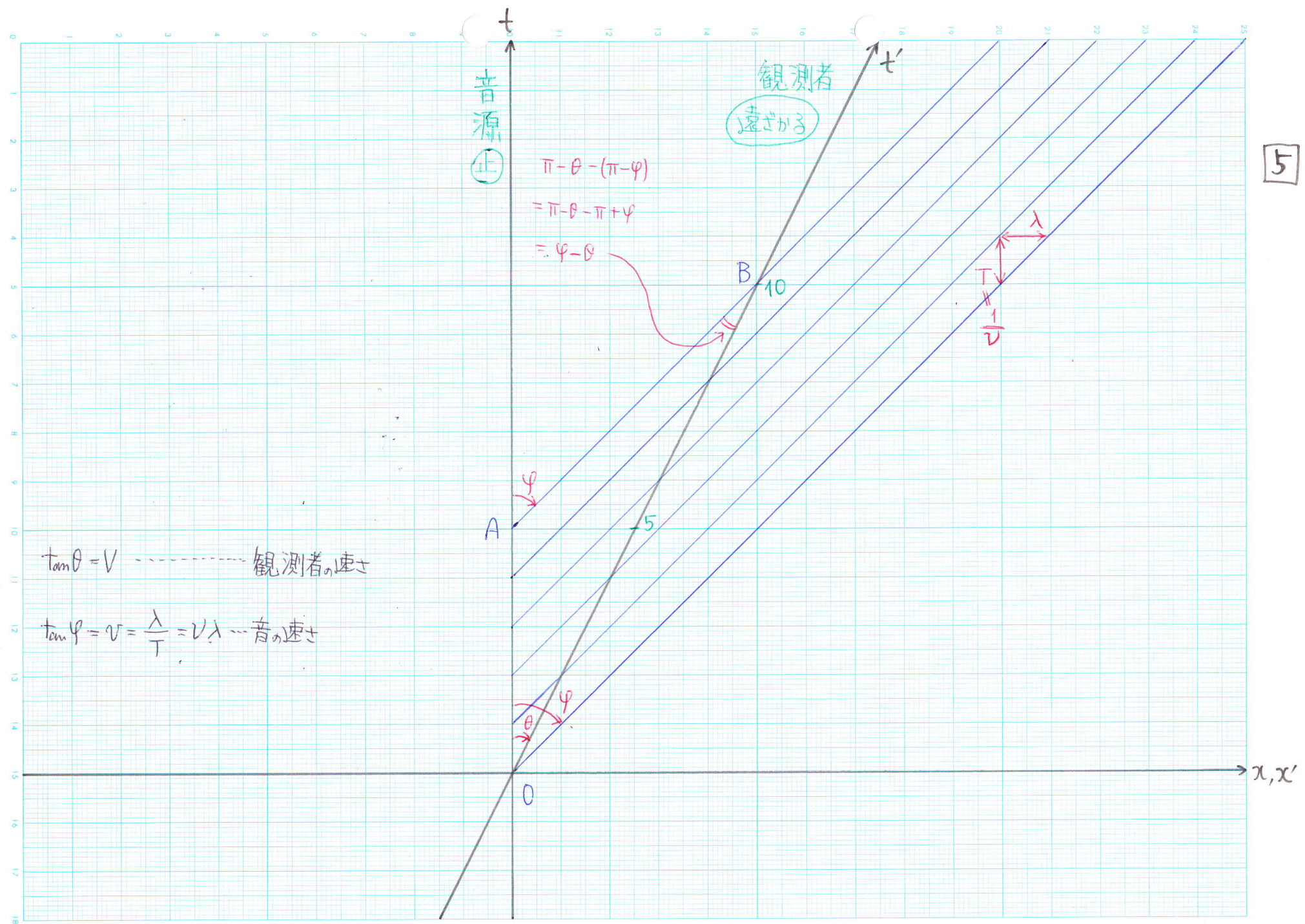
(a) 時空図から：5個の波面が通過する時間を求めることにより計算する。

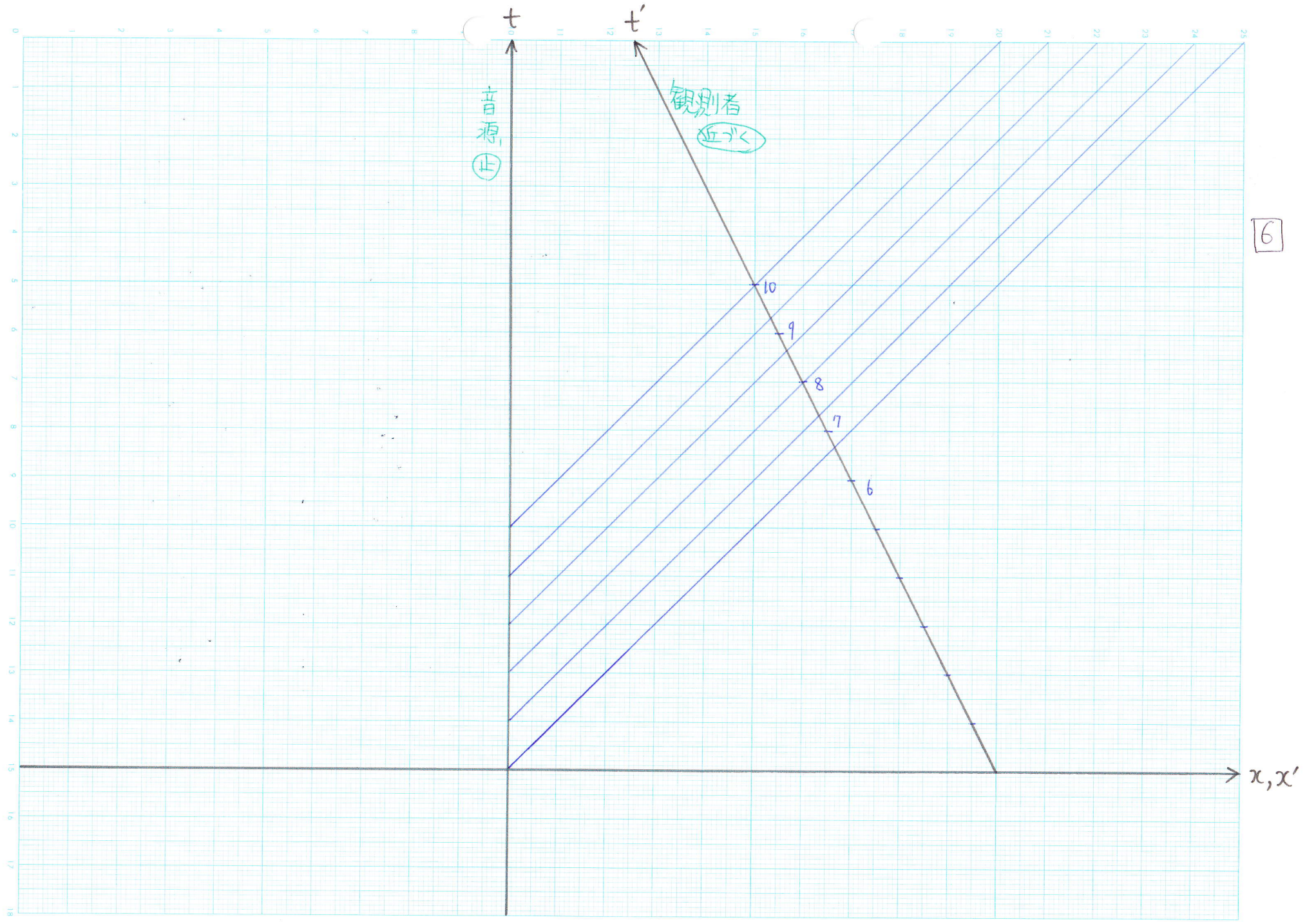
$$\nu' = \frac{5\text{個}}{2,5\text{s}} = 2\text{Hz}$$

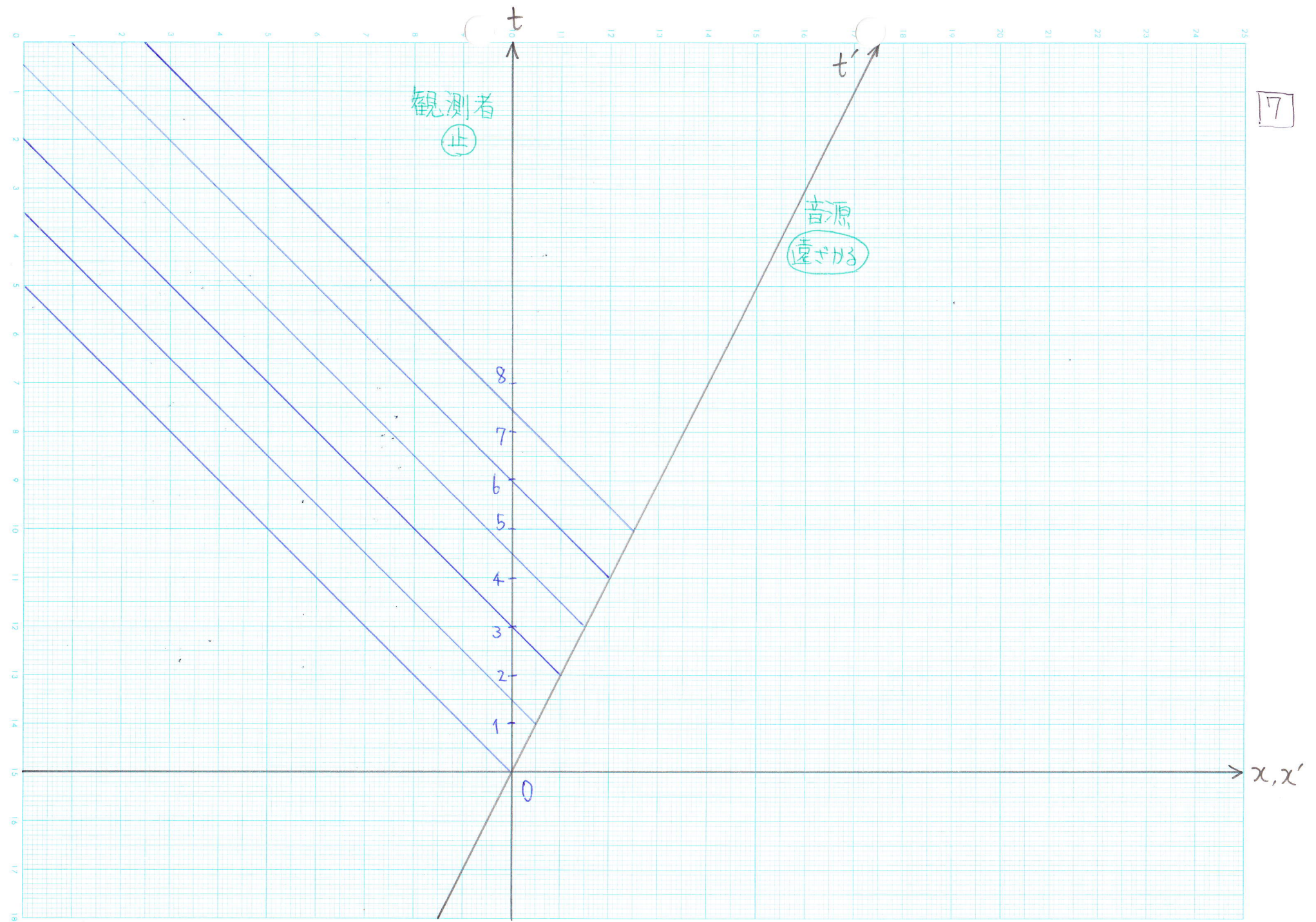
(b) ドップラー効果の式から

$$\nu' = \frac{v}{v-V_S} \times \nu = \frac{1}{1-0,5} \times 1 = \frac{1}{0,5} = 2\text{Hz}$$

9. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)







8

