

## 2.3 時空の概念

### §1. 同時刻, 同位置

Lorentz 変換の式

$$\begin{cases} w' = \gamma w - \beta \gamma x \\ x' = -\beta \gamma w + \gamma x \end{cases}$$

同一時空点を  $K, K'$  両系から観測する。

$$w'_A - w'_B = \gamma w_A - \beta \gamma x_A - \gamma w_B + \beta \gamma x_B$$

$$= -\beta \gamma (x_A - x_B)$$

$w'_A = w'_B$  のとき

$$x'_A - x'_B = -\beta \gamma w_A + \gamma x_A + \beta \gamma w_B - \gamma x_B$$

$$= \gamma (x_A - x_B)$$

逆に  $x_A = x_B$  のとき,

$$w'_A - w'_B = \gamma (w_A - w_B)$$

$$x'_A - x'_B = -\beta \gamma (w_A - w_B)$$

同様に逆変換

$$\begin{cases} w = \gamma w' + \beta \gamma x' \\ x = \beta \gamma w' + \gamma x' \end{cases}$$

から求める。

## 特殊相対論 No.7

同時刻, 同位置

1.  $K$  系の 2 点  $(w_A, x_A) = (10, 2)$ ,  $(w_B, x_B) = (10, 8)$  は, 同時刻  $w_A = w_B$  における異なる場所での event である. この 2 つの event を,  $V = c/2$  で動く  $K'$  系で観測する.

(a) 時空図を描き, 2 点 A, B を書き込みなさい.

(b) 2 点の  $K'$  系での時刻の差  $w'_A - w'_B$  をグラフから読み取りなさい.  $w'$  軸上で実測し,  $\alpha_r$  で割る.

$$w'_A - w'_B = \frac{4.49}{\alpha_r} = \frac{4.49}{1.29} = 3.48$$

(c) 2 点の  $K'$  系での位置の差  $x'_A - x'_B$  をグラフから読み取りなさい.  $x'$  軸上で実測し,  $\alpha_r$  で割る.

$$x'_A - x'_B = -\frac{9.03}{\alpha_r} = -\frac{9.03}{1.29} = -7.00$$

(d) Lorentz 変換の式から,  $w'_A - w'_B$  を求めなさい.

$$w'_A - w'_B = -\beta\gamma(x_A - x_B) = -0.5 \times 1.15 \times (2 - 8) = 3.47$$

(e) Lorentz 変換の式から,  $x'_A - x'_B$  を求めなさい.

$$x'_A - x'_B = \gamma(x_A - x_B) = 1.15 \times (2 - 8) = -6.93$$

2.  $K$  系の 2 点  $(w_A, x_A) = (6, 4)$ ,  $(w_B, x_B) = (11, 4)$  は, 同位置  $x_A = x_B$  における異なる時刻での event である. この 2 つの event を,  $V = c/2$  で動く  $K'$  系で観測する.

(a) 時空図を描き, 2 点 A, B を書き込みなさい.

(b) 2 点の  $K'$  系での時刻の差  $w'_A - w'_B$  をグラフから読み取りなさい.  $w'$  軸上で実測し,  $\alpha_r$  で割る.

$$w'_A - w'_B = -\frac{7.45}{\alpha_r} = -\frac{7.45}{1.29} = -5.78$$

(c) 2 点の  $K'$  系での位置の差  $x'_A - x'_B$  をグラフから読み取りなさい.  $x'$  軸上で実測し,  $\alpha_r$  で割る.

$$x'_A - x'_B = \frac{3.75}{\alpha_r} = \frac{3.75}{1.29} = 2.91$$

(d) Lorentz 変換の式から,  $w'_A - w'_B$  を求めなさい.

$$w'_A - w'_B = \gamma(w_A - w_B) = 1.15 \times (6 - 11) = -5.75$$

(e) Lorentz 変換の式から,  $x'_A - x'_B$  を求めなさい.

$$x'_A - x'_B = -\beta\gamma(w_A - w_B) = -0.5 \times 1.15 \times (6 - 11) = 2.88$$

3.  $V = c/2$  で動く  $K'$  系の 2 点  $(w'_A, x'_A) = (0, 2)$ ,  $(w'_B, x'_B) = (0, 8)$  は、同時刻における異なる場所での event である。この 2 つの event を、静止系  $K$  で観測する。

(a) 時空図を描き、2 点 A, B を書き込みなさい。

(b) 2 点の  $K$  系での時刻の差  $w_A - w_B$  をグラフから読み取りなさい。  $w$  軸上で実測すればよい。

$$w_A - w_B = -3.55$$

(c) 2 点の  $K$  系での位置の差  $x_A - x_B$  をグラフから読み取りなさい。  $x$  軸上で実測すればよい。

$$x_A - x_B = -6.91$$

(d) Lorentz 逆変換 の式から、 $w_A - w_B$  を求めなさい。

$$w_A - w_B = \beta \gamma (x'_A - x'_B) = 0.5 \times 1.15 \times (2 - 8) = -3.45$$

(e) Lorentz 逆変換 の式から、 $x_A - x_B$  を求めなさい。

$$x_A - x_B = \gamma (x'_A - x'_B) = 1.15 \times (2 - 8) = -6.90$$

4.  $V = c/2$  で動く  $K'$  系の 2 点  $(w'_A, x'_A) = (6, 0)$ ,  $(w'_B, x'_B) = (11, 0)$  は、同位置における異なる時刻での event である。この 2 つの event を、静止系  $K$  で観測する。

(a) 時空図を描き、2 点 A, B を書き込みなさい。

(b) 2 点の  $K$  系での時刻の差  $w_A - w_B$  をグラフから読み取りなさい。  $w$  軸上で実測すればよい。

$$w_A - w_B = -5.75$$

(c) 2 点の  $K$  系での位置の差  $x_A - x_B$  をグラフから読み取りなさい。  $x$  軸上で実測すればよい。

$$x_A - x_B = -2.90$$

(d) Lorentz 逆変換 の式から、 $w_A - w_B$  を求めなさい。

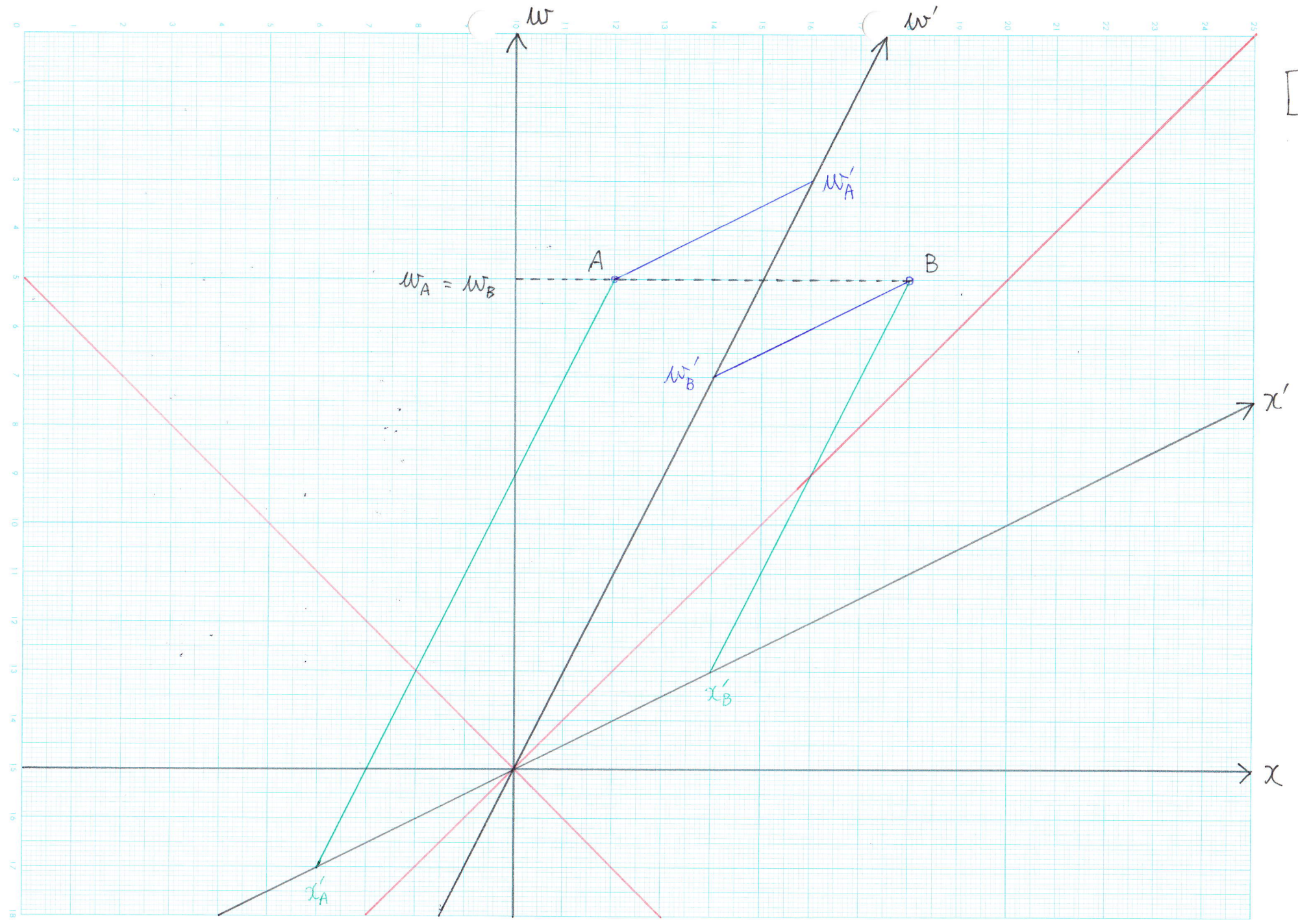
$$w_A - w_B = \gamma (w'_A - w'_B) = 1.15 \times (6 - 11) = -5.75$$

(e) Lorentz 逆変換 の式から、 $x_A - x_B$  を求めなさい。

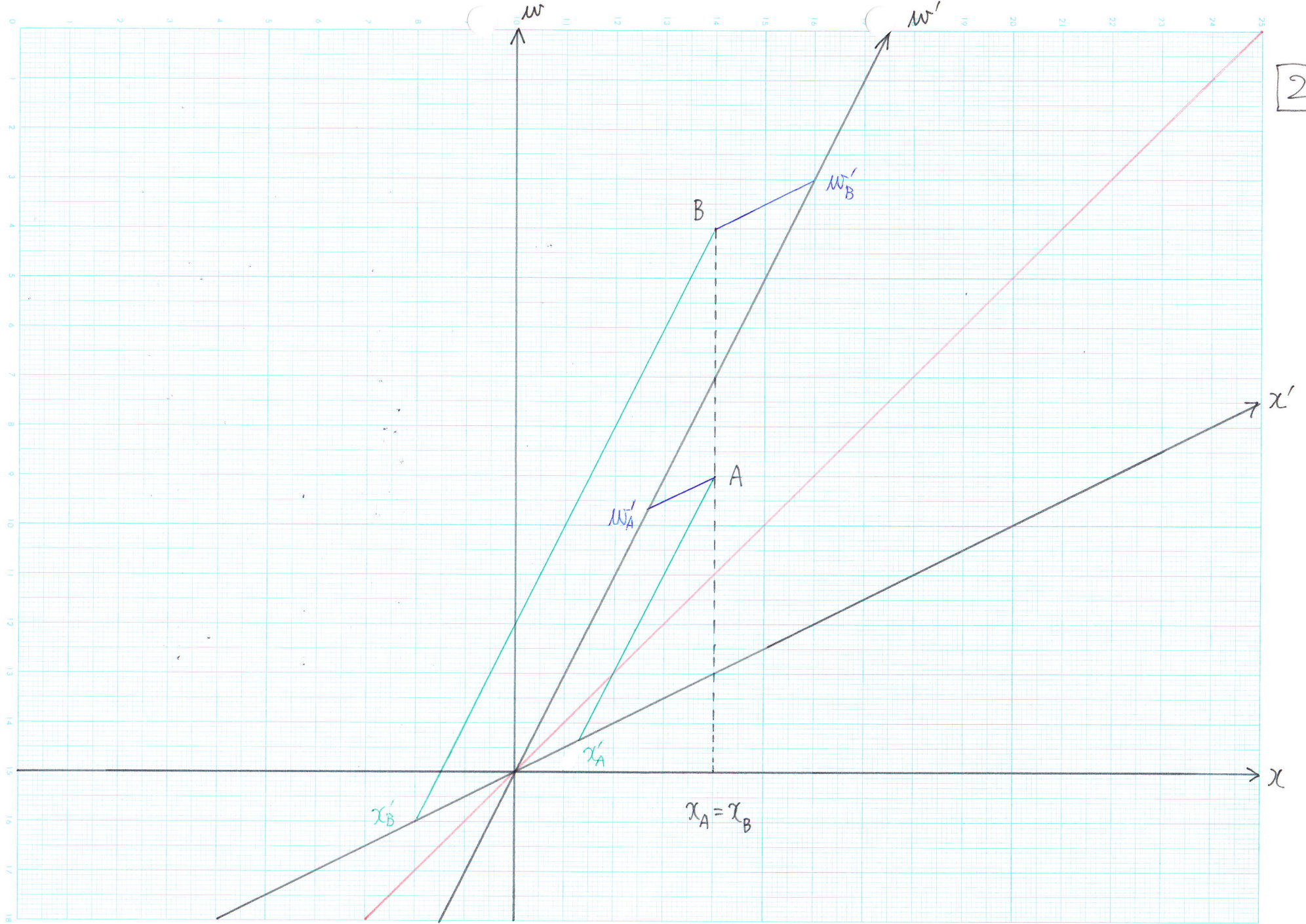
$$x_A - x_B = \beta \gamma (w'_A - w'_B) = 0.5 \times 1.15 \times (6 - 11) = -2.88$$

5. 今日の講義でわかったこと・わからなかったこと・感想などを書きなさい。(自由記載)

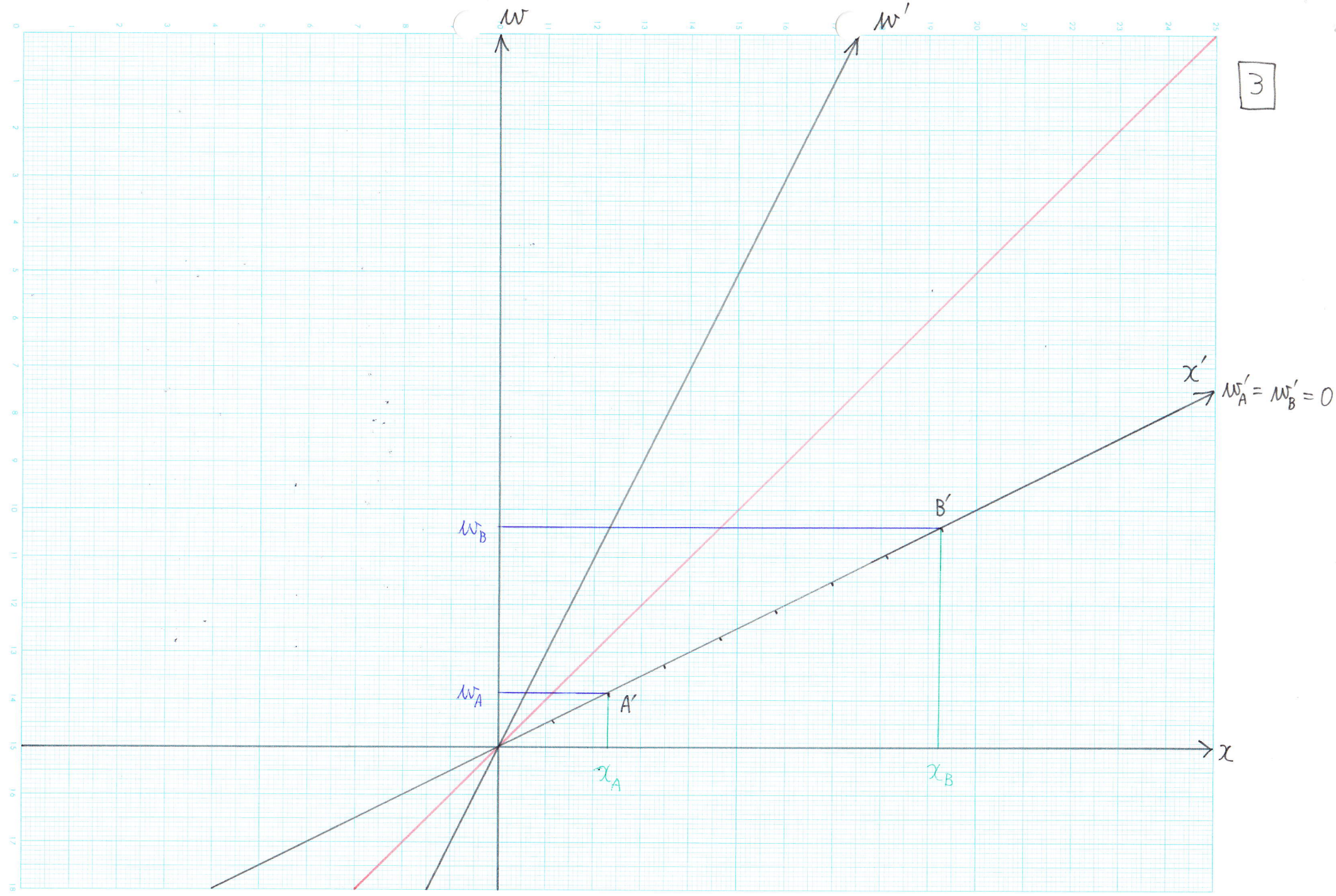
1



2



3



4

